

# ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКАЯ КУМУЛЯЦИЯ СИЛЬНОТОЧНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

**С. В. Анищенко, В. Г. Барышевский, Н. А. Белоус,  
А. А. Гуринович, Е. А. Гуринович, Е. А. Гурневич,  
П. В. Молчанов**

Теоретически обоснован и экспериментально подтверждён эффект кумуляции сильноточных электронных пучков в релятивистских вакуумных диодах со взрывоэмиссионными кольцевыми катодами, приводящий к возникновению аномально высокой плотности тока частиц. Эффект обусловлен электростатическим отталкиванием заряженных частиц. Несомненным достоинством описанного механизма кумуляции по сравнению с традиционным, основанным на сжатии сильноточного пучка собственным магнитным полем, является чрезвычайно низкий разброс электронов по энергиям в области максимальной плотности тока.

## 1. Введение

Первые исследования кумуляции сильноточных электронных пучков, сжимающихся под действием собственного магнитного поля, относятся к 30-м годам прошлого века [1]. Поскольку в те времена ещё отсутствовала экспериментальная техника, позволяющая получать мощные пучки заряженных частиц в земных условиях, исследователи в основном ограничивались теоретическим рассмотрением астрофизических задач [2].

Настоящая революция в исследовании кумуляции произошла спустя три десятилетия, когда впервые были получены сильноточные электронные пучки мощностью от нескольких гигаватт до нескольких тераватт [3–7]. Возможность генерации сильноточных электронных пучков была обусловлена двумя достижениями экспериментальной физики. Во-первых, в исследованиях Дайка с сотрудниками [8, 9] были получены плотности тока до  $10^8$  А/см<sup>2</sup> с кончиков металлических острий, помещённых в сильное электрическое поле. Во-вторых, исследования по высоковольтной прочности диэлектриков, проведённые Мартином [6, 10], обеспечили возможность создания мощных импульсных генераторов напряжения.

С помощью сжатия релятивистских сильноточных электронных пучков собственными магнитными полями [11, 12] были достигнуты интенсивности заряженных пучков 1 ТВт/см<sup>2</sup>, позволившие изучать экстремальные состояния вещества в лабораторных условиях. Предполагалось, что с помощью кумуляции сильноточных пучков возможно будет путём импульсного сжатия и разогрева дейтерий-третиевых мишеней зажечь термоядерные реакции и осуществить тем самым инерционный термоядерный синтез [13, 14].

Несмотря на то, что первоначально поставленная цель, связанная с получением управляемого термоядерного синтеза, так и не была достигнута, сильноточные электронные пучки стали с успехом применяются в других областях физики [15–17]. С их помощью проводят исследования по радиационной физи-

ке [18], генерируют мощное микроволновое излучение [19, 20], осуществляют коллективное ускорение ионов [21, 22] и накачку газовых лазеров [23]. Во всех указанных процессах нелинейные явления, обусловленные взаимодействием сильноточных пучков с собственными и внешними электромагнитными полями, играют первостепенную роль.

В настоящей работе речь пойдёт об одном таком явлении, представляющим, по сути дела, альтернативный механизм кумуляции сильноточных электронных пучков. Он имеет место в релятивистских вакуумных диодах с катодом, обладающим отверстием по центру. Несмотря на то, что это явление уже много лет наблюдается в экспериментах, его последовательное теоретическое объяснение отсутствует. И основной нашей задачей будет последовательное теоретическое описание механизма кумуляции и его экспериментальная верификация. Ниже мы покажем, что первостепенное значение в процессе кумуляции играет взрывная электронная эмиссия, приводящая к изменению эмиссионной поверхности в сильноточном диоде.

План работы будет следующим. Вначале мы достаточно подробно опишем явление взрывной электронной эмиссии. Затем будет изложен механизм кумуляции электронного потока, который был выявлен в процессе моделирования релятивистского вакуумного диода с помощью разработанной нами программы [24] (алгоритм, лежащий в основе программы, помещён в приложение). В заключение мы приведём результаты экспериментальных исследований, подтверждающий описанный в настоящей статье механизм кумуляции сильноточных электронных пучков.

## 2. Взрывная электронная эмиссия

Сильноточные электронные пучки получают в релятивистских вакуумных диодах, состоящих из катода и анода, в результате взрывной электронной эмиссии (Рис. 1). Механизм взрывной электронной эмиссии [25–27] выглядит следующим образом. При подаче напряжения на электроды релятивистского диода с поверхности катода начинает испускаться автоэмиссионный ток [28–31], представляющий собой поток электронов, туннелирующих из металла в вакуум под действием электрического поля. Двигаясь внутри металла, электроны разогревают поверхность катода. Из-за поверхностных дефектов проводника микроскопическое электрическое поле вблизи катода неоднородно. В частности, у микроострий поле существенно увеличено по сравнению с его средним значением, что приводит к быстрому разогреву кончиков острий и их взрыву при достижении удельной плотности энергии  $10^4$  Дж/г. Если макрополе порядка 1 МВ/см, то задержка взрыва  $t_d$  составляет менее 1 нс. Каждый микровзрыв сопровождается термоэлектронной эмиссией с поверхности катодного факела – расширяющейся со скоростью  $v \approx 10^4$  м/с проводящей плазмы (Рис. 2).

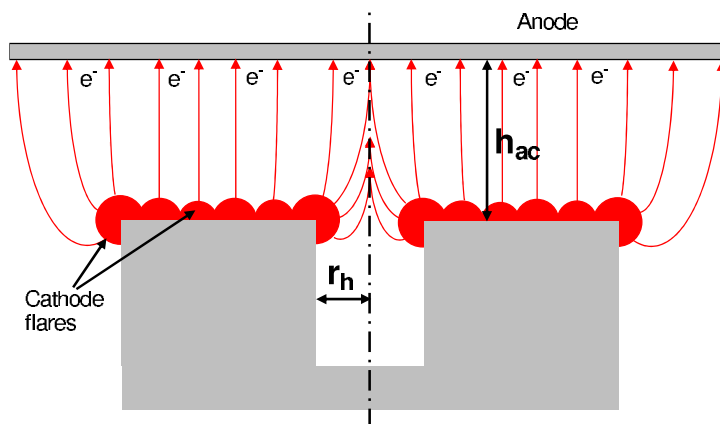


Рис. 1. Кумуляция сильноточного пучка в релятивистском вакуумном диоде

Следует отметить, что  $t_d$  существенным образом зависит от состояния поверхности катода, а именно, от микронеоднородностей и присутствия диэлектрических включений, наличие которых приводит к аномальному росту автоэмиссионного тока [25, 26, 27, 32]. Коксом и Вильямсом [33] экспериментально продемонстрировано, что большие напряженности поля возникают вблизи диэлектрических включений на поверхности катода, причем напряженность локального поля вблизи этих включений может в несколько сотен раз превышать среднее поле в межэлектродном зазоре. Естественно, что неоднородное расположение как диэлектрических включений, так и микронеоднородностей, вообще, приводит к разбросу по времени образования катодных факелов  $t_d$  на различных микрочастицах катода.

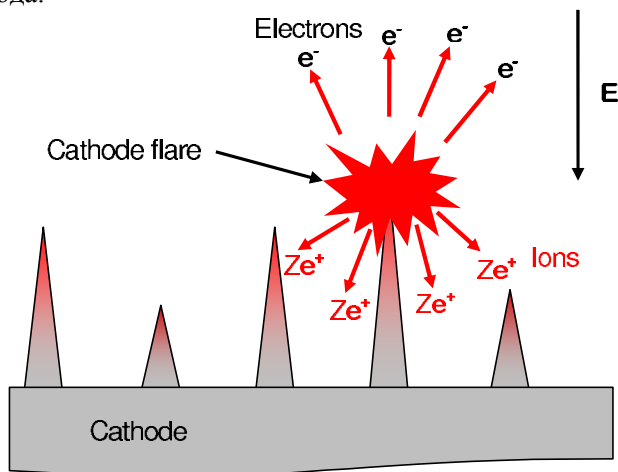


Рис. 2. Взрывная электронная эмиссия

Кроме инициации взрывной электронной эмиссии диэлектрические включения способствуют и её поддержанию [34]. Дело в том, что функционирование каждого взрывоэмиссионного центра сопровождается потоком ионов на катод (Рис. 2). Если вблизи взрывоэмиссионного центра присутствуют диэлектрические включения, то происходит их зарядка током ионов, заканчивающаяся пробоем и образованием новых центров эмиссии. Ещё один механизм образования прикатодной плазмы связан с полевой десорбцией атомов, адсорбированных на поверхности катода [35]. Этот процесс происходит в тех областях, где локальное электрическое поле превышает значение  $\sim 10^7$  В/см. Десорбированные атомы испытывают ударную ионизацию током автоэлектронной эмиссии и на поверхности катода образуется плазменный слой.

Разлёт проводящей плазмы катодных факелов приводит к экранировке ею близлежащих участков на поверхности катода от действия сильного электрического поля. Анализ, проведённый в работах [36–38] показывает, что характерный радиус экранированной области составляет

$$r_{scr} \approx 5 \cdot 10^2 U^{-3/4} i^{1/2} h_{ac},$$

где  $U$  [В] – приложенное напряжение,  $i$  [А] – ток катодного факела,  $h_{ac}$  [см] – величина межэлектродного зазора. Для  $U = 400$  кВ,  $i = 10$  А,  $h_{ac} = 1.5$  см, характерный радиус экранированной области согласно (1) равен  $r_{scr} = 0.15$  см. Таким образом, число взрывоэмиссионных центров  $N_e$ , которые могут одновременно существовать на поверхности катода с радиусом  $r_c = 3$  см, можно оценить как  $N_e \sim r_c^2 / r_{scr}^2 = 60$ . Число одновременно функционирующих взрывоэмиссионных центров  $N_e$  является мерой неоднородности поперечной структуры пучка.

### 3. Механизм кумуляции

Как уже было отмечено, взрывная электронная эмиссия начинается с образования и расширения катодных факелов. Наиболее интенсивно ВЭЭ идёт из выпуклых участков катода, в частности, с его внутренней кромки (Рис. 1). Из-за кулоновского расталкивания заряженные частицы устремляются в область, не занятую пучком. В результате, на ускоренное в направлении анода движение электронов накладывается перемещение в радиальном направлении к оси симметрии катода. Как следствие, на оси релятивистского вакуумного диода плотность сильноточного пучка возрастает во много раз по сравнению со средней плотностью тока в межэлектродном зазоре.

На Рис. 3 представлен отпечаток электронного пучка на аноде, полученный в ходе численного моделирования с помощью разработанной нами программы. При численном расчёте радиус катода был положен равным 3.0 см, катод-анодный зазор – 2.0 см, радиус внутреннего отверстия – 0.8 см. Максимальное значение импульса ускоряющего напряжения было положено равным 360 кВ, а его длительность – 330 нс. Моделирование, показало, что плотность тока в об-

ласти центрального пятна на аноде в момент, соответствующий максимуму ускоряющего напряжения, достигает значения  $1.0 \text{ кА/см}^2$ , что приблизительно в 5 раз превышает среднюю плотность тока в сильноточном диоде. Таким образом, моделирование показывает, что на оси сильноточного диода с катодом, обладающим отверстием по центру, происходит кумуляция электронного пучка.

$$U=360 \text{ кВ}, r_h=0.8 \text{ см}, h_{ac}=2.0 \text{ см}, n_{eee}=14 \text{ см}^{-2}$$

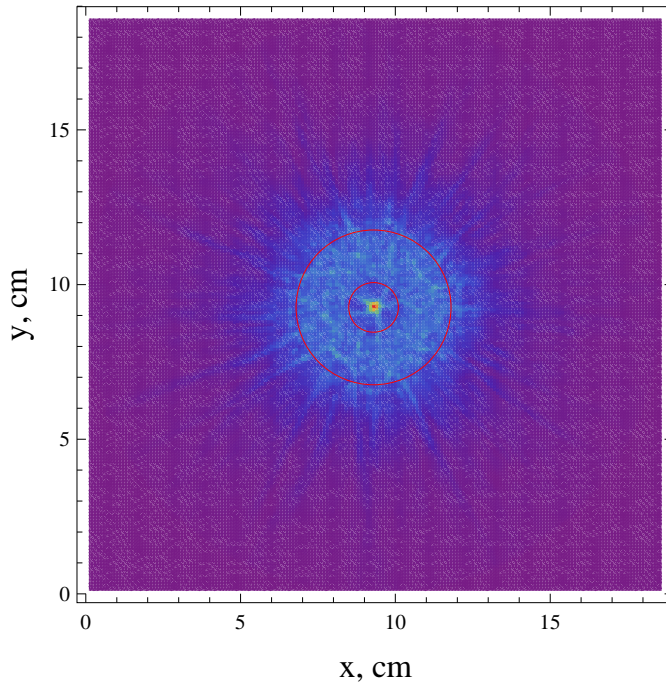


Рис. 3. Отпечаток электронного пучка (результат моделирования)

Несомненным достоинством описанного выше механизма кумуляции по сравнению с традиционным, основанным на сжатии сильноточного пучка собственным магнитным полем, является крайне низкий разброс частиц по энергиям в области максимальной плотности тока, что обусловлено ламинарным характером течения потока заряженных частиц. В условиях же самосжатия пучка собственным магнитным полем течение потока становится существенно турбулентным и заряженные частицы приобретают значительный разброс по импульсам [39]. При этом электронный поток больше напоминает сжатый релятивистский газ с температурой электронов порядка приложенного к диоду напряжения [16].

#### 4. Результаты экспериментов

При экспериментальном исследовании электростатической кумуляции использовался наносекундный импульсный ускоритель электронов. Источником питания ускорителя являлся компактный частотный генератор импульсного напряжения (ГИН) с элегазовой изоляцией, способный выдавать на активной на-

грузке  $\sim 30$  Ом импульсы напряжения амплитудой до 400 кВ, длительностью на полувысоте 130 нс и фронтом 30 нс [40].

Для получения интегральных полноразмерных отпечатков электронного пучка использовалась дозиметрическая пленка типа ПОР (пленка окрашенная радиационно-чувствительная ТУ 2379-026-13271746-2006) [41], которая располагалась на расстоянии 3 мм за анодной сеткой, выполненной из нержавеющей стали марки AISI 316 (геометрическая прозрачность сетки 0.77); катод-анодный зазор составлял 20 мм. Дозиметрическая плёнка позволила получить информацию о полной поглощённой дозе, обусловленной прохождением заряженных частиц.

После облучения (экспонирования) дозиметрической пленки электронным пучком она сканировалась (на просвет) с предварительно наложенным светофильтром с помощью сканера EPSON Perfection V100 Photo. По отсканированным отпечаткам и результатам калибровки однозначно восстанавливалось распределение поглощенной дозы (и соответственно плотность энергии пучка) по сечению электронного пучка.

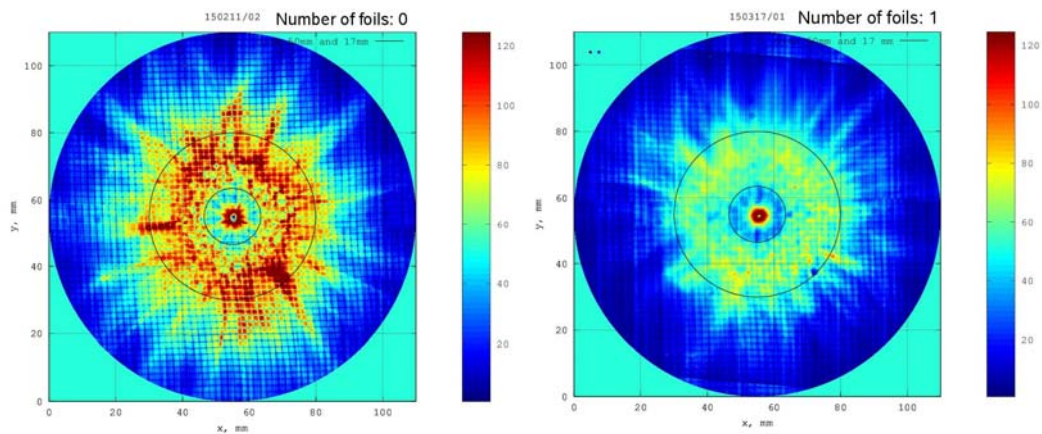


Рис. 4. Отпечатки электронного пучка в отсутствие фольги (слева) и с одной фольгой (справа)

Первые эксперименты, проведённые нами, показали, что поток заряженных частиц на оси настолько интенсивный, что прожигает плёнку насквозь. Поэтому, чтобы уменьшить радиационную нагрузку на дозиметрическую плёнку перед ней были помещены алюминиевые фольги толщиной 70 мкм каждая. Помимо снижения энергии частиц указанная процедура позволяет полностью отсечь как поток слаборелятивистских электронов, образующихся на спаде импульса напряжения, так и поток катодной плазмы. Эксперименты, проведённые с одной, двумя и тремя фольгами показали, что резкое увеличение поглощённой дозы по центру сохраняется. А значит, поток частиц образован высокоэнергетичными электронами. В эксперименте с тремя фольгами, отсекающими все электроны с энергией меньше 250 кэВ, поглощённая доза в центре приблизительно в четыре раза превысила среднюю дозу по сечению пучка, что находится в качественном согласии с результатами численного моделирования.

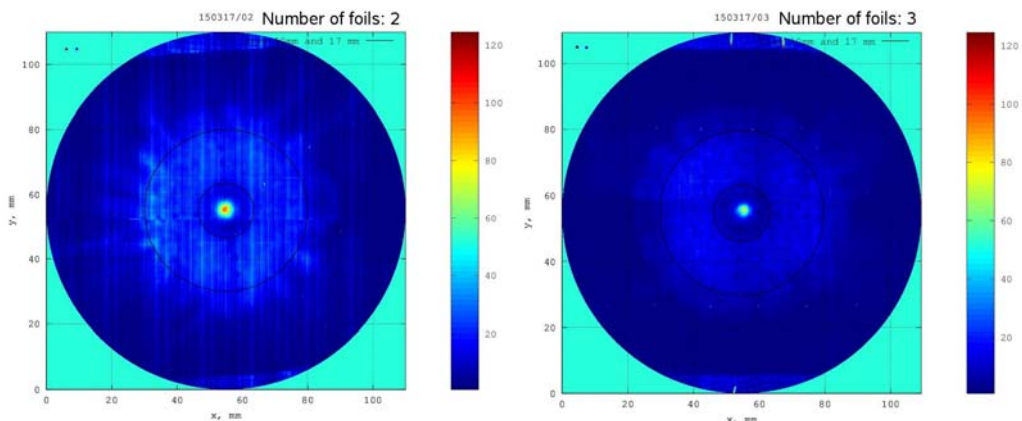


Рис. 5. Отпечатки электронного пучка с двумя фольгами (слева) и с тремя фольгами (справа)

Отметим, что моделирование и экспериментальное исследование кумуляции сильноточных электронных пучков осуществлялось нами при максимальном значении ускоряющего напряжения 400 кВ и катод-анодном зазоре 2 см. Оценки показывают, что увеличение напряжения до 2 МВ и пятикратное уменьшение катод-анодного зазора позволит достичь интенсивностей пучка порядка  $1 \text{ ГВт/см}^2$ , необходимых для изучения экстремальных состояний вещества и проведения исследований в области инерционного термоядерного синтеза.

### Заключение

В настоящей работе подробно описан механизм кумуляции сильноточного пучка релятивистского вакуумного диода с катодом, который обладает отверстием по центру. В основе явления лежит электростатическое расталкивание электронов, испускаемых взрывоэмиссионной плазмой, образуемой на внутренней кромке катода. В численном моделировании зафиксирована плотность тока  $1 \text{ кА/см}^2$  и интенсивность пучка  $0.36 \text{ ГВт/см}^2$ , что находится в качественном согласии с результатами экспериментов.

Несомненным достоинством описанного выше механизма кумуляции по сравнению с традиционным, основанным на сжатии сильноточного пучка собственным магнитным полем, является крайне низкий разброс частиц по энергиям в области максимальной плотности тока, что обусловлено ламинарным характером течения потока заряженных частиц.

### Приложение. Моделирование сильноточных пучков

При моделировании динамики электронного пучка в условиях неоднородной взрывоэлектронной эмиссии необходимо учитывать расширение прикатодной плазмы, испускаемой из отдельных взрывоэмиссионных центров. Самосогласованное моделирование движения частиц в собственных и внешних электри-

ческих и магнитных полях обычно проводится с помощью метода крупных частиц [43, 44, 45] в квазистационарном приближении [46, 47]. Квазистационарное приближение может быть применено при медленном изменении полевых величин в сильноточных диодах, при этом токи смещения и индукционные поля не учитываются.

Моделирование проводится как в декартовых, так и в цилиндрических координатах. В декартовых координатах рассчитываются электрические поля и движение заряженных частиц, в цилиндрических – магнитные поля. Пространственные размеры ячеек сетки, на которой производится расчёт полей, полагаются равными друг другу, т. е.  $\Delta X = \Delta Y = \Delta Z$ .

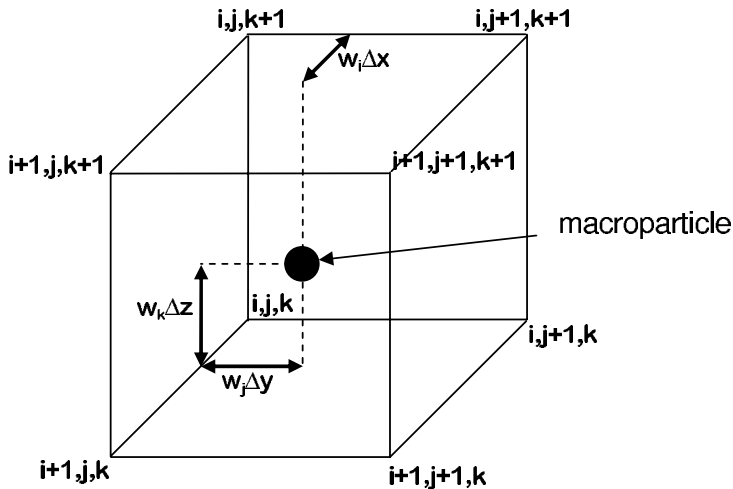


Рис. 6. Крупная частица в ячейке

### 1. Метод крупных частиц

Различные варианты метода крупных частиц разрабатывались начиная с конца 40-х годов прошлого века для моделирования кинетических явлений в различных областях физики: вакуумной электронике [48–51], физике плазмы [52–61], гидродинамике [62], магнитной гидродинамике [63, 64], астрофизике [65], физике полупроводников [66, 67]. Суть метода заключается в представлении реальных потоков заряженных частиц (электронов, протонов, ионов) совокупностью крупных частиц, каждая из которых содержит огромное число реальных носителей заряда. Каждой крупной частице приписывается определённое пространственное распределение массы и заряда. В зависимости от заряда и положения крупной частицы с помощью специальной процедуры взвешивания ближайшим к ней узлам на пространственной сетке приписывается определённый вклад в плотность тока и заряда. С помощью похожей процедуры по значению полей в ближайших к частице узлах вычисляют силы, действующие на неё. Подставляя затем силу в конечно-разностные аналоги релятивистских уравнений движения, находят новые положения и импульсы крупных частиц. Для полного описания системы, состоящей из полей и частиц, вышеизложенные операции не-

обходимо дополнить процедурами инжекции заряженных частиц в расчётную область и удаления частиц из неё.

Именно реализованная численно инжекция заряженных частиц с поверхности расширяющихся катодных факелов является оригинальным и важным элементом разработанной нами программы.

Типичный цикл программы, реализующей моделирование методом крупных частиц, состоит из шести операций: вычисление новых координат и импульсов частиц, инжекция и удаление частиц, расчёт плотности тока и заряда, расчёт электрических и магнитных полей. Перейдём теперь к подробному описанию каждой из процедур, реализованной в нашей программе.

## 2. Электрические поля

В кулоновской калибровке в квазистационарном приближении напряжённость электрического поля связана со скалярным потенциалом  $\phi$ , подчиняющемуся уравнению Пуассона

$$\Delta\phi = -4\pi\rho,$$

соотношением

$$\vec{E} = -\nabla\phi.$$

Анализ, проведённый в работе [69], показал, что наиболее подходящий метод решения уравнения Пуассона в задачах плазмодинамики является метод простых итераций Якоби. Хорошо известно [44], что итерационные методы, требующие приближённого задания потенциала на первом шаге итераций, являются медленно сходящимися, поскольку начальное распределение, как правило, сильно отклоняется от точного решения конечно-разностного аналога уравнения Пуассона. В задачах же плазмодинамики положение вещей принципиально иное, что обусловлено хорошим выбором начального приближения на первом итерационном шаге: в качестве него берутся значения сеточного потенциала, полученные на предыдущем временном шаге [69]. В результате, весь итерационный процесс на каждом временном шаге сводится к одной-трём итерациям, выполнение которых занимает на много меньше времени, чем, скажем, расчёт новых координат и положений частиц.

Таким образом, конечно-разностный аналог уравнения Пуассона в методе простых итераций Якоби имеет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\phi_{i+1,j,k}^{n,s} - 2\phi_{i,j,k}^{n,s+1} + \phi_{i-1,j,k}^{n,s}}{\Delta X^2} + \frac{\phi_{i,j+1,k}^{n,s} - 2\phi_{i,j,k}^{n,s+1} + \phi_{i,j-1,k}^{n,s}}{\Delta Y^2} \\ & + \frac{\phi_{i,j,k+1}^{n,s} - 2\phi_{i,j,k}^{n,s+1} + \phi_{i,j,k-1}^{n,s}}{\Delta Z^2} = -4\pi\rho_{i,j,k}^n, \\ & \phi_{i,j,k}^{n,0} = \phi_{i,j,k}^{n-1}, \end{aligned}$$

где  $s$  обозначает номер итерации, а  $n$  – номер временного шага. Итерационный процесс в (4) идёт до тех пор, пока невязка  $|\phi^{n,s} - \phi^{n,s-1}|$  не станет меньше  $\varepsilon |\phi^{n,s}|$ . Величина  $|\phi^{n,s}|$ , являющаяся нормой матрицы  $\phi^{n,s}$ , вычисляется по формуле:

$$|\phi^{n,s}| = \sqrt{\sum_{i,j,k} (\phi_{i,j,k}^{n,s})^2}.$$

Параметр  $\varepsilon$  фактически определяет погрешность, с которой решается конечно-разностное уравнение Пуассона.

Для решения уравнения Пуассона его нужно дополнить граничными условиями. В качестве таковых мы использовали граничное условие Дирихле, подразумевающее задание потенциала на катоде ( $\phi = U_c$ ) и аноде ( $\phi = U_a$ ). На краю расчётной области, в промежутке между катодом и анодом было взято логарифмическое распределение потенциала [71]

$$\phi = U_c + \frac{(U_a - U_c) \ln(r / R_c)}{\ln(R_a / R_c)},$$

которое точно описывает изменение  $\phi$  в зазоре между двумя бесконечными цилиндрами. Очевидно, что в сильноточном диоде распределение потенциала будет приближаться к (6), если указанная граница расчётной области расположена на значительном расстоянии от эмитирующей электроны поверхности.

Сеточную плотность  $\rho_{i,j,k}^n$  найдём с помощью линейной процедуры взвешивания, приписывающей восьми ближайшим к каждой частице узлам определённый вклад в  $\rho_{i,j,k}^n$ , который мы обозначим индексом  $\alpha$ :

$$\Delta\rho_{i,j,k}^{\alpha n} = q_\alpha (1 - w_i^n)(1 - w_j^n)(1 - w_k^n) / \Delta V,$$

$$\Delta\rho_{i+1,j,k}^{\alpha n} = q_\alpha w_i^n (1 - w_j^n)(1 - w_k^n) / \Delta V,$$

$$\Delta\rho_{i,j+1,k}^{\alpha n} = q_\alpha (1 - w_i^n)w_j^n (1 - w_k^n) / \Delta V,$$

$$\Delta\rho_{i,j,k+1}^{\alpha n} = q_\alpha (1 - w_i^n)(1 - w_j^n)w_k^n / \Delta V,$$

$$\Delta\rho_{i+1,j+1,k}^{\alpha n} = q_\alpha w_i^n w_j^n (1 - w_k^n) / \Delta V,$$

$$\Delta\rho_{i,j+1,k+1}^{\alpha n} = q_\alpha (1 - w_i^n)w_j^n w_k^n / \Delta V,$$

$$\Delta\rho_{i+1,j,k+1}^{\alpha n} = q_\alpha w_i^n (1 - w_j^n)w_k^n / \Delta V,$$

$$\Delta\rho_{i+1,j+1,k+1}^{\alpha n} = q_\alpha w_i^n w_j^n w_k^n / \Delta V.$$

Здесь  $\Delta V = \Delta X \Delta Y \Delta Z$  и  $\vec{w}^n = ((x_\alpha^n - x_{i,j,k}) / \Delta X, (y_\alpha^n - y_{i,j,k}) / \Delta Y, (z_\alpha^n - z_{i,j,k}) / \Delta Z)$ .

После нахождения потенциала электрическое поле находится автоматически по формуле [70]

$$\vec{E}_{i,j,k}^n = -\left( \frac{\phi_{i+1,j,k}^n - \phi_{i-1,j,k}^n}{2\Delta X}, \frac{\phi_{i,j+1,k}^n - \phi_{i,j-1,k}^n}{2\Delta Y}, \frac{\phi_{i,j,k+1}^n - \phi_{i,j,k-1}^n}{2\Delta Z} \right).$$

### 3. Магнитные поля

При анализе движения релятивистских заряженных частиц принципиально важным становится учёт влияния собственных и внешних магнитных полей на динамику электронного пучка в сильноточном диоде. Поскольку нас будут интересовать аксиально-симметричные конфигурации, мы перейдём к цилиндриче-

ским координатам. В силу аксиальной симметрии положим, что магнитное поле  $\vec{H}$ , плотность тока  $\vec{j}$  не зависят от азимутального угла  $\theta$ .

В отсутствие внешнего осевого поля  $H_z^{ext}$ , единственной компонентой магнитного поля является  $H_\theta$ , которая связана с плотностью тока  $j_z$  и текущим по катоду током  $I$  теоремой Стокса:

$$H_\theta = \frac{4\pi(I(r, z) + 2\pi \int_0^r j_z(r_1, z) r_1 dr_1)}{2\pi cr}.$$

Здесь в ток  $I(r, z)$  дают вклад все электроны, инжектированные в точках с координатами  $z$ . Интеграл  $\int_0^r j_z(r_1, z) r_1 dr_1$  легко может быть вычислен, например, с помощью метода трапеций [70].

#### 4. Расширение катодной плазмы

Взрывоэмиссионный центр на катоде образуется, если напряжённость электрического поля превысит определённое пороговое значение  $E_{cr}$ , зависящее от состояния поверхности электрода. После чего во все стороны от взрывоэмиссионного центра начинает расширяться катодный факел со скоростью  $v_{eee} \sim 2 \cdot 10^6$  см/с. В отсутствие специального контроля микроструктуры поверхности эмиссионные центры располагаются хаотически на поверхности электрода. Среднее расстояние между ними определяется размером экранированной области  $d_{scr} = 2r_{scr} \approx 3$  мм (см. (1)), с помощью которого легко оценивается характерная плотность взрывоэмиссионных центров  $n_{eee} = 1 / \pi r_{scr}^2 \approx 0.14$  мм<sup>-2</sup>.

При моделировании сильноточных диодов будем считать, что зоны эмиссии с вероятностью  $n_{eee} (\Delta X \Delta Y \Delta Z)^{2/3}$  образуются в тех узлах катода, где электрическое поле превысит  $E_{cr}$ . При превышении  $E_{cr}$  из зоны эмиссии начинает расширяться во все стороны с постоянной скоростью  $v_{eee}$  катодный факел. Каждый катодный факел является источником электронов. Во время же своего функционирования ток термоэлектронной эмиссии, испускаемый катодными факелами, во много раз превышает ток, ограниченный пространственным зарядом пучка, что позволяет говорить о неограниченной электронной эмиссии, которая приводит к приближительному равенству нулю поля на поверхности расширяющейся катодной плазмы. Предположение об экранировке катода позволяет существенно упростить численный расчёт кинетики заряженных частиц, избавляя нас от необходимости моделирования быстропротекающих процессов непосредственно в области эмиссии. Последнее потребовало бы высокого временного и пространственного разрешения ввиду малости дебаевской длины и высокого значения частоты ленгмюровских колебаний [69].

Инъекцию заряженных частиц на каждом временном шаге будем осуществлять в те узлы, занимаемые плазмой, которые имеют по соседству с собой хотя бы один узел, не занятый проводящим материалом. Величину инжектированного

заряда  $Q_{i,j,k}$  определим из соотношения

$$Q_{i,j,k} = \left( \frac{E_{xi+1,j,k}^n - E_{xi-1,j,k}^n}{2\Delta X} + \frac{E_{xi,j+1,k}^n - E_{xi,j-1,k}^n}{2\Delta Y} + \frac{E_{xi,j,k+1}^n - E_{xi,j,k-1}^n}{2\Delta Z} \right) \frac{\Delta X \Delta Y \Delta Z}{4\pi}. \quad (10)$$

Отметим, что инжекция заряда осуществляется, если  $Q_{i,j,k} < 0$ .

### 5. Движение заряженных частиц

Численное интегрирование релятивистских уравнений движения является самой затратной по времени процедурой. Поэтому при разработке программ ей уделяется особое внимание. При интегрировании нерелятивистских уравнений движения наиболее распространённой является схема с перешагиванием второго порядка точности по времени [45, 61]

$$\begin{aligned} \vec{p}_\alpha^{n+1/2} &= \vec{p}_\alpha^{n-1/2} + \vec{F}_\alpha^n \Delta T, \\ \vec{r}_\alpha^{n+1} &= \vec{r}_\alpha^n + \frac{\vec{p}_\alpha^{n+1/2}}{m_\alpha} \Delta T, \end{aligned} \quad (11)$$

Поскольку в нерелятивистском случае магнитными полями можно пренебречь, то силы  $\vec{F}_\alpha^n = q_\alpha \vec{E}_\alpha^n$  содержат только электрические поля, значения которых однозначно задаются положениями частиц и граничными условиями.

В условиях релятивизма схему (11) напрямую использовать нельзя, поскольку в  $\vec{F}_\alpha^n$  входит сила Лоренца  $q_\alpha \vec{v}_\alpha^n \times \vec{H}_\alpha^n$ , зависящая от скорости  $\vec{v}_\alpha^n$ , определённой в момент времени  $T_n = n\Delta T$ . Между тем в методе с перешагиванием скорости частиц задаются в полуцелые моменты времени  $T_{n+1/2} = (n+1/2)\Delta T$ . Естественным выходом из сложившейся ситуации, позволяющим сохранить простоту метода с перешагиванием, заключается в использовании интерполяционной формулы Лагранжа, позволяющей по трём значениям скорости ( $\vec{v}_\alpha^{n-3/2}$ ,  $\vec{v}_\alpha^{n-1/2}$ ,  $\vec{v}_\alpha^{n+1/2}$ ) вычислить  $\vec{v}_\alpha^{n+1}$ :

$$\vec{v}_\alpha^{n+1} = \frac{3\vec{v}_\alpha^{n-3/2} - 10\vec{v}_\alpha^{n-1/2} + 15\vec{v}_\alpha^{n+1/2}}{8}. \quad (12)$$

Таким образом, полная схема интегрирования уравнений движения принимает следующий вид

$$\begin{aligned} \vec{p}_\alpha^{n+1/2} &= \vec{p}_\alpha^{n-1/2} + q_\alpha (\vec{E}_\alpha^n + \vec{v}_\alpha^n \times \vec{H}_\alpha^n) \Delta T, \\ \vec{v}_\alpha^{n+1/2} &= \frac{c \vec{p}_\alpha^{n+1/2}}{\sqrt{m_\alpha^2 c^2 + (\vec{p}_\alpha^{n+1/2})^2}}, \\ \vec{r}_\alpha^{n+1} &= \vec{r}_\alpha^n + \vec{v}_\alpha^{n+1/2} \Delta T, \\ \vec{v}_\alpha^{n+1} &= \frac{3\vec{v}_\alpha^{n-3/2} - 10\vec{v}_\alpha^{n-1/2} + 15\vec{v}_\alpha^{n+1/2}}{8}. \end{aligned} \quad (13)$$

Поля  $\vec{E}_\alpha^n$  и  $\vec{H}_\alpha^n$ , действующие на частицу, определяются по значениям сеточных полей в ближайших восьми узлах [61]:

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_\alpha^n = & \vec{E}_{i,j,k}^n (1-w_i^n)(1-w_j^n)(1-w_k^n) \\
 & + \vec{E}_{i+1,j,k}^n w_i^n (1-w_j^n)(1-w_k^n) \\
 & + \vec{E}_{i,j+1,k}^n (1-w_i^n) w_j^n (1-w_k^n) \\
 & + \vec{E}_{i,j,k+1}^n (1-w_i^n)(1-w_j^n) w_k^n \\
 & + \vec{E}_{i+1,j+1,k}^n w_i^n w_j^n (1-w_k^n) \\
 & + \vec{E}_{i,j+1,k+1}^n (1-w_i^n) w_j^n w_k^n \\
 & + \vec{E}_{i+1,j,k+1}^n w_i^n (1-w_j^n) w_k^n \\
 & + \vec{E}_{i+1,j+1,k+1}^n w_i^n w_j^n w_k^n.
 \end{aligned} \tag{14}$$

### Литература

1. *Bennet W. H.* // Phys. Rev. 1934. 45. P. 890–897
2. *Alfven H.* // Phys. Rev. 1939. Vol. 55. No. 5. P. 425–429
3. *Graybill S. E., Nablo S.V.* // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1967. P. 782–788
4. *Link W.T.* // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1967. P. 777–781
5. *Charbonnier F. M. et. al.* // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1967. P. 789–793
6. *Graybill S. E.* // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1971. P. 438–446
7. *Shipman I. O.* // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1971. P. 243–246
8. *Dyke W. P., Trolan J. K., Martin E. E., Barbour J. P.* // Phys. Rev. 1953. Vol. 91. P. 1043–1054
9. *Dolan W. W., Dyke W. P., Trolan J. K.* // Phys. Rev. 1953. Vol. 91. P. 1054–1057
10. *Martin J. C.* // Proceedings of the IEEE. 1992. Vol. 80. P. 934–945
11. *Morrov D. L., Phillips J. D., Bennett W.H. et al.* // J. Appl. Phys. 1971. Vol. 19. P. 441–443
12. *Bradley L. P., Kuswa G.W.* // Phys. Rev. Lett. 1972. Vol. 29. P. 1441–1445
13. *Yonas G.* Presented at the IV National School on Plasma Physics, Novosibirsk, USSR, 1974
14. *Rudakov L. I., Samarsky A. A.* // Proc. 6th European Conf. on Controlled Fusion and Plasma Phys., Moscow, July 1974. P. 487
15. *Kolb A.C.* // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1967. P. 956–961
16. *Рудаков Л. И., Быбыкин М. В., Гордеев А. В. и др.* Генерация и фокусировка сильно-точных электронных пучков. Под ред. Л.И. Рудакова. ЭнергATOMиздат, 1990
17. *Месяц Г. А.* Импульсная энергетика и электроника. Наука, 2004
18. *Martin T.H.* // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1969. P. 59–63
19. *Ковалёв Н. Ф. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1973. Т. 18. С. 232–235
20. *Carmel Y., Ivers J., Kribel R. E., Nation J.* // Phys. Rev. Lett. 1974. Vol. 33. P. 1278–1282
21. *Rander J., Ecker B., Yonas G., Drickey D. J.* // Phys. Rev. Lett. 1970. Vol. 24. P. 283–286
22. *Дубинов А. Е., Корнилова И. Ю., Селемир В. Д.* // УФН. 2002. Т. 172. С. 1225–1246
23. *Басов Н. Г., Данилычев В. А.* // УФН. 1986. Т. 148. С. 55–100
24. *Anishchenko S. V., Gurinovich A. A.* // EAPPC 2014, Kumamoto, Japan
25. *Месяц Г.А., Проскуровский Д. И.* // Письма в ЖЭТФ. Т. 13. С. 7–10
26. *Бузаев С. П., Литвинов Е.А., Месяц Г.А., Проскуровский Д.И.* // УФН. 1975. Т. 115. С.

27. *Mesyats G.A.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2005. Vol. 47. P. A109–A151
28. *Wood R.W.* // Phys. Rev. 1897. Vol. 5. P. 1.
29. *Fowler R.H., Nordheim L.* // Roy. Soc. Proc. 1928. Vol. 119A. P. 173–181
30. *Millikan R. A., Lauritsen C. C.* // Phys. Rev. 1929. Vol. 33. P. 598
31. *Murphy E. L., Good R.H.* // Phys. Rev. 1956. Vol. 102. P. 1464–1473
32. *Farrall G.A., Owens M., Hudda F.G.* // J. Appl. Phys. 1975. Vol. 46. P. 610–617
33. *Cox B. M., Williams W. T.* // J. Phys. 1977. Vol. D10. P. L5–9
34. *Месяц Г. А.* Эктоны. Часть 1. Екатеринбург: УИФ «Наука», 1993.
35. *Литвинов Е.А., Месяц Г. А., Проскуровский Д.И.* // УФН. 1983. Т. 139. С. 265–302
36. *Месяц Г. А.* Эктоны. Часть 3. Екатеринбург: УИФ «Наука», 1993.
37. *Беломытцев С.Я., Месяц Г. А.* // РЭ. 1987. Т. 32. С. 1569–1583
38. *Беломытцев С. Я., Коровин С.Д., Месяц Г. А.* // Письма в ЖТФ. 1980. Т. 6. С. 1089–1092
39. *Poukey J. W., Toepfer A. J.* // Phys. Fluids. 1974. Vol. 17. P. 1582–1591
40. *Большаков Е. П., Гетман Д. В., Еремкин В.В. и др.* // ВАНТ, серия “Электрофизическая аппаратура” вып. 5(13). 2010. С.137–147
41. *Генералова В. В., Гурский М. Н.* Дозиметрия в радиационной технологии. Изд-во стандартов, 1981
42. *Гончаров Д. В., Ежов В. В., Пушкарев А.И., Ремнев Г.Е.* // Известия Томского политехнического университета. 2005. Т. 308, в. 6. С. 76–80
43. *Рошаль А. С.* Моделирование заряженных пучков. Атомиздат, 1979
44. *Хокни Р., Иствуд Дж.* Численное моделирование методом частиц. Мир, 1987
45. *Бэдсел Ч., Ленгдон А.* Физика плазмы и численное моделирование. Энергоатомиздат, 1989
46. *Poukey J. W., Freeman J. R., Yonas G.* // J. Vac. Sci. Technol. 1973. Vol. 10. No. 6. P. 954–958
47. *Головин Г. Т.* // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1989. Т. 29. С. 423–437.
48. *Hartree D. R., Nicolson P.* CVD Reports Mag. 3, 12, 18, 23, 36, British Admiralty, London (1941–1944)
49. *Hartree D. R.* // Appl. Sci. Res. Col. B1. P. 379–390
50. *Tien P. K., Moshman J.* // J. Appl. Phys. 1956. Vol. 27. P. 1067–1078
51. *Antonsen T. M. et. al.* // Proceedings of the IEEE. 1999. Vo. 87. P. 804
52. *Buneman O.* // Phys. Rev. 1959. Vol. 115. P. 503–517
53. *Lomax R. J.* // J. Electron & Control. 1960. Vol. 9. P. 127–140
54. *Birdsall C. K., Bridges W. B.* // J. Appl. Phys. Vol. 32. P. 2611–2618
55. *Dawson J. M.* // Phys. Fluids. 1962. Vol. 5. P. 445–459.
56. *Langdon A. B.* // J. Comput. Phys. 1973. Vol. 12. P. 247–268
57. *Langdon A. B.* // Phys. Fluids, 1979. Vol. 22. P. 163–171
58. *Hewitt D.W., Langdon A. B.* // J. Comput. Phys. 1987. Vol. 72. P. 121
59. *Свешников А. Г., Якунин С. А.* // Мат. моделирование. 1989. Т. 1. Вып. 4. С. 1.
60. *Birdsall C. K.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 1991. Vol. 19. No. 2. P. 65
61. *Verboncoeur J. P.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2005. Vol. 47. P. 231
62. *Harlow F. H.* // Methods Comput. Phys. 1964. Vol. 3. P. 319–343
63. *Marder R.M.* // Math. Comput. 1975. Vol. 29. P. 434–446
64. *Brunel F. et al.* // J. Comput. Phys. 1981. Vol. 43. P. 268
65. *Hockney R.W.* // Astrophys. J. 1967. Vol. 150. P. 797–806
66. *Hockney R. W., Warriier R. A., Reiser M.* // Electron. Lett. 1974. Vol. 10. P. 484–486
67. *Warriner R. A.* Computer Simulation of Gallium Arsenide Semiconductor Devices, Ph.D. Thesis, Reading University, 1976
68. *Marder B.* // J. Comp. Phys. 1987. Vol. 68. P. 48–55

69. *Anishchenko S. V., Gurinovich A. A.* // Computational Science & Discovery. 2014. Vol. 7. P. 015007
70. *Волков Е. А.* Численные методы. Наука, 1987
71. *Бугаев С. П. и др.* // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1979. С. 5–75

## **ELECTROSTATIC CUMULATION OF HIGH-CURRENT ELECTRON BEAMS**

**S. V. Anishchenko, V. G. Baryshevsky, N. A. Belous, A. A. Gurinovich,  
E. A. Gurinovich, E. A. Gurnevich, P. V. Molchanov**

A drastic cumulation of current density caused by electrostatic repulsion in relativistic vacuum diodes with ring-type cathodes is described theoretically and confirmed experimentally. The distinctive feature of the suggested cumulation mechanism over the conventional one, which relies on focusing a high-current beam by its own magnetic field, is a very low energy spread of electrons in the region of maximal current density that stems from a laminar flow profile of the charged-particle beam.